

## 2025학년도 연세대학교 모의 논술 문제 자연계열(수학)



모집단위		수험번호	
		성명	

[문제 1, 단답형] 어떤 원뿔과 그 원뿔에 내접하는 구가 있고, 그 부피비가 2:1 이다. 원뿔의 밑면의 반지름과 높이의 비를 구하시오. [10점]

[문제 2, 단답형] 실수에서 정의된 함수  $g(x)$ 는 최댓값과 최솟값을 갖는 연속 함수이고,  $f(x)$ 는 항상 양의 값을 갖고,  $f(x) + f(x+1) = 1$ 를 만족시키는 함수이다. 모든 실수  $x$ 에 대해서 등식

$$g(2x) = f(x)g(x) + f(x+1)g(x-1)$$

이 성립한다.  $g(0) = 2025$ 일 때,  $g(1)$ 를 구하시오. [10점]

[문제 3, 단답형] 한 변의 길이가 1인 정삼각형 ABC가 평면 위에 있다고 하자. 같은 평면 위의 점 P에 대하여,  $\overline{BP} + \overline{CP} = a$  ( $1 \leq a \leq 2$ )를 만족하는 점 P가 나타내는 곡선이, 정삼각형 ABC와 만나는 두 점을 B', C'라 하자. 선분 B'C'의 길이를  $f(a)$ 라 할 때,  $\int_1^2 f(a)da$ 의 값을 구하시오. [10점]

[문제 4, 단답형] 등번호를 1에서 5까지 단 5명이 번호순으로 미쿠 앞에 서 있다.

5명은 다음 규칙에 따라 행동한다.

- a) 5명은 각자 3개의 연세우유 크림빵을 가지고 있으며, 등번호 순으로 반드시 1개 또는 2개의 크림빵을 미쿠에게 주고 맨 뒤로 간다.
- b) 등번호가 5인 사람이 크림빵을 주고 맨 뒤로 가면(1회 완료), 다시 등번호 1인 사람부터 남아있는 크림빵을 1개 또는 2개를 주고 맨 뒤로 간다.
- c) 2개 이상의 크림빵이 있을 때, 1개만 미쿠에게 줄 확률은  $p$ 이며, 이는 5명에게 동일하다.

[문제 4-1] 1회 완료 후, 미쿠가 크림빵 8개를 받았을 확률  $Q$ 를 구하고,  $Q$ 를 최대로 하는  $p$ 값을 구하여라. [5점]

[문제 4-2] 1회 완료했을 때, 등번호 5인 사람이 7번째 빵을 줄 확률  $R$ 을 구하여라. 또,  $R$ 을 최대로 하는  $p$ 값을 구하여라. [5점]

[문제 4-3] 2회 완료했을 때, 미쿠가 받은 빵의 기댓값을 구하여라. [5점]

[문제 5, 서술형]  $x, y$ 는 양수고  $n$ 은 2이상의 자연수일 때, 다음 부등식이 성립함을 증명하시오. [20점]

$$(x+y)^n \leq 2^{n-1}(x^n + y^n)$$

[문제 6, 서술형] 함수  $f$ 가 실수 전체 집합에서 미분가능하다.

[문제 6-1] 함수  $f$ 가 다음 조건을 만족 시킨다.

a)  $f(x) \geq x+1$

b) 모든 실수  $h$ 에 대하여  $f(x+h) \geq f(x)f(h)$

$f'(0)$ 의 값을 구하여라. [10점]

[문제 6-2] 양수  $a, b$ 에 대하여 함수  $f$ 가 다음조건을 만족시킨다.

a)  $f(a) \leq a$

b)  $f(ab) \leq f(a) + f(b) - 1$

$f'(x)$ 를 구하여라. [20점]

[문제 7, 서술형] 점수 배분 실패함.. 5점은 기본점수로 드릴게요 [5점]

