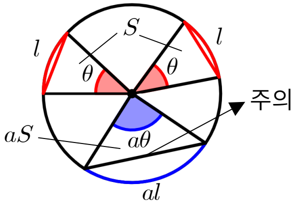
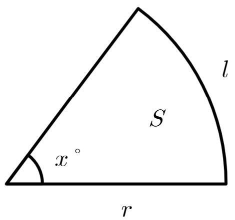
원(중1, 중3)

#원

① 부채꼴

① 중심각, 호의 길이, 부채꼴 넓이는 비례
② 중심각 같으면 현의 길이도 같다. 비례는 X



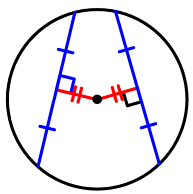


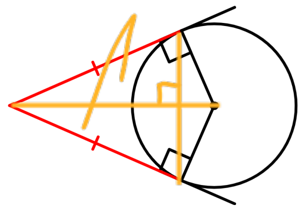
$$l=2\pi r\times\frac{x}{360}$$

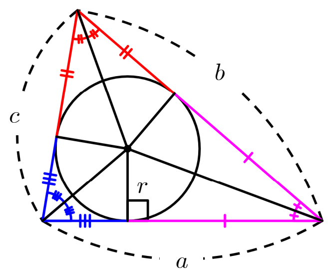
$$S=\pi r^2\times\frac{x}{360}=\frac{1}{2}rl$$

② 현, 접선

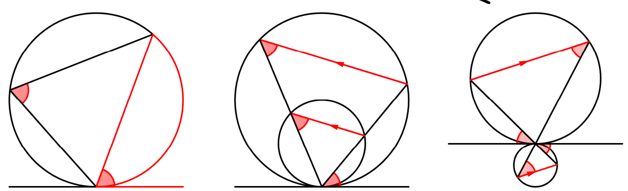
합동



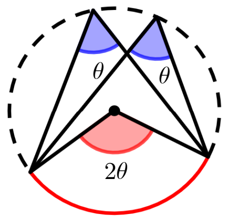


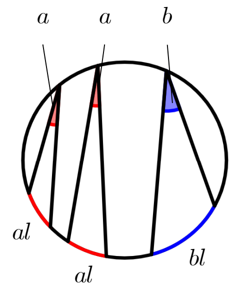


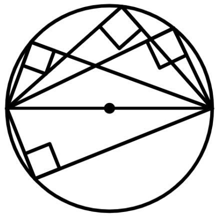
$$S=\frac{r}{2}(a+b+c)=\frac{1}{2}ah$$

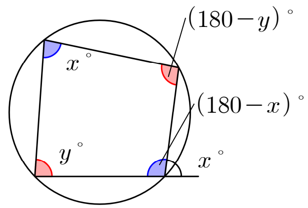


③ 원주각, 사각형의 내접

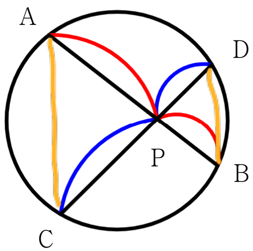


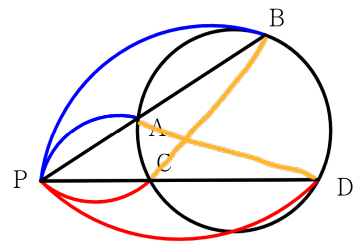






④ 선분의 길이 비 닮음으로 증명가능



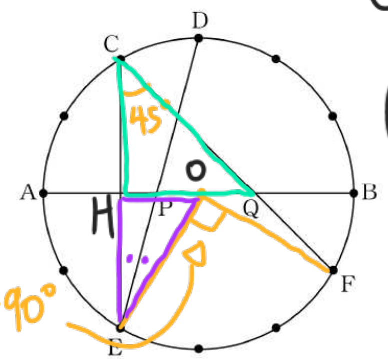


$$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$$

"원은 중심에서 긋는 보조선 중요"

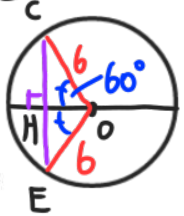
20200321

21. 그림과 같이 반지름의 길이가 6인 원의 둘레를 12등분한 12개의 점이 있다. 이 12개의 점들 중에서 $\overline{AB}$가 원의 지름이 되도록 두 점 A, B를 잡고 $\overset{\frown}{AC} : \overset{\frown}{CD} : \overset{\frown}{DB} = 2:1:3$이 되도록 두 점 C, D를 잡는다. 마찬가지로 이 12개의 점들 중에서 $\overset{\frown}{AE} : \overset{\frown}{EF} : \overset{\frown}{FB} = 2:3:1$이 되도록 두 점 E, F를 잡는다. $\overline{AB}$와 $\overline{DE}$의 교점을 P, $\overline{AB}$와 $\overline{CF}$의 교점을 Q라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, 점 C와 E는 서로 다른 점이다.) [4점]



ㄱ $360° \times \frac{3}{12} = 90°$

ㄴ



$\angle COA = \angle EOA = 360° \times \frac{2}{12} = 60°$

$\triangle CHO \equiv \triangle EHO$ (SAS)

따라서 $\overline{CE} \perp \overline{AB}$

$\overline{CE} = 2\overline{CH} = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 6\sqrt{3}$

< 보 기 >

ㄱ. $\angle ECF = 45°$
ㄴ. $\overline{CE} = 6\sqrt{3}$
ㄷ. $\overline{PQ} = 9 - 3\sqrt{3}$

ㄷ $\triangle CHQ$에서 $\overline{HQ} = \overline{CH} = 3\sqrt{3}$

$\triangle HEO$에서 $\overline{HO} = 3$

$\angle HEO = 30°$인데 원주각 $\angle CED = 15°$이므로

$\overline{HP} : \overline{PO} = \overline{HE} : \overline{OE} = \sqrt{3} : 2$ (각의 이등분선)

$\overline{HP} = \overline{OH} \times \frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$

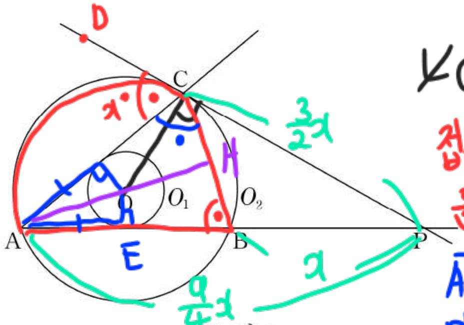
$\overline{PQ} = \overline{HQ} - \overline{HP} = 3\sqrt{3}\left(1 - \frac{1}{2+\sqrt{3}}\right) = 9 - 3\sqrt{3}$

20190321

21. 그림과 같이 점 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 각각 1, 3인 두 원 O_1, O_2가 있다. 원 O_2 위의 한 점 A에서 원 O_1에 그은 두 접선이 원 O_2와 만나는 점 중에서 A가 아닌 점을 각각 B, C라 하자. 또 점 C에서 원 O_2에 접하는 직선이 직선 AB와 만나는 점을 P라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

ㄱ

$\sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2}$



ㄴ) $\triangle APC$, $\triangle CPB$ 닮음을 보이자

접선 $\overline{PD}$와 현 $\overline{AC}$ 이루는 각 $\angle DCA$는 원주각 $\angle ABC$와 크기 같다.

$\overline{AC} = \overline{AB}$이므로 이등변삼각형 ABC에서 밑각 $\angle ABC = \angle ACB$.

$\angle P$는 공통이며 $\angle PCB = \angle PAC = (180 - 2x)°$로 같으므로 닮음.

② $\overline{AP} : \overline{CP} = \overline{AC} : \overline{BC} = \overline{AB} : 2\overline{HB}$

그런데 $\triangle AEO \sim \triangle AHB$에서

$\overline{AB} : \overline{HB} = \overline{AO} : \overline{OE} = 3:1$이므로

$\overline{AP} : \overline{CP} = 3:2$

< 보 기 >

ㄱ. $\overline{AB} = 4\sqrt{2}$
ㄴ. ~~$\overline{AP} : \overline{CP} = 5:3$~~
ㄷ. $\overline{BP} = \frac{16\sqrt{2}}{5}$

ㄷ $\overline{AP} : \overline{CP} = \underbrace{\overline{AC}}_{=\overline{AB}} : \overline{BC} = \overline{PC} : \overline{BP}$

$= 3:2$ 임을 이용.

$\overline{BP} = x$라 하자.

$\overline{PC} = \frac{3}{2}x$ ($\overline{PC} : \overline{BP} = 3:2$)

$\overline{AP} = \frac{9}{4}x$ ($\overline{AP} : \overline{CP} = 3:2$)

$\overline{AB} = \overline{AP} - \overline{BP} = \frac{5}{4}x = 4\sqrt{2}$, $x = \frac{16\sqrt{2}}{5}$